

Scheitel, Nullstellen und Schnittpunkte

1. Gegeben ist die Parabel $y = x^2 - 5x$

und die Gerade $y = -\frac{1}{2}x - 2$.

- a) Bestimme den Scheitel und die Nullstellen der Parabel.
- b) Zeichne die Parabel und die Gerade in dasselbe Koordinatensystem.
- c) Bestimme die x - und y -Koordinaten der Schnittpunkte von Gerade und Parabel.

Scheitel, Nullstellen und Schnittpunkte

1. Gegeben ist die Parabel $y = x^2 - 5x$

und die Gerade $y = -\frac{1}{2}x - 2$.

- Bestimme den Scheitel und die Nullstellen der Parabel.
- Zeichne die Parabel und die Gerade in dasselbe Koordinatensystem.
- Bestimme die x - und y -Koordinaten der Schnittpunkte von Gerade und Parabel.

Scheitel der Parabel:

Um den Scheitel erkennen zu können, stellen wir die Scheitelform auf:

$$\begin{aligned}
 y &= x^2 - 5x && | +\left(\frac{5}{2}\right)^2 \\
 y + \frac{25}{4} &= x^2 - 5x + \left(\frac{5}{2}\right)^2 \\
 y + \frac{25}{4} &= \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 && | -\frac{25}{4} \\
 y &= \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} && \text{Scheitel : } \text{Min}\left(\frac{5}{2} \mid -\frac{25}{4}\right)
 \end{aligned}$$

Weil die Parabel nach oben geöffnet ist, liegt ein Minimum vor.

Nullstellen der Parabel:

In den Nullstellen ist die y -Koordinate Null.

$$\begin{aligned}
 0 &= x^2 - 5x \\
 0 &= x(x - 5) \\
 x_1 &= 0 && x_2 = 5
 \end{aligned}$$

Nullstellen: $N_1(0 \mid 0)$, $N_2(5 \mid 0)$

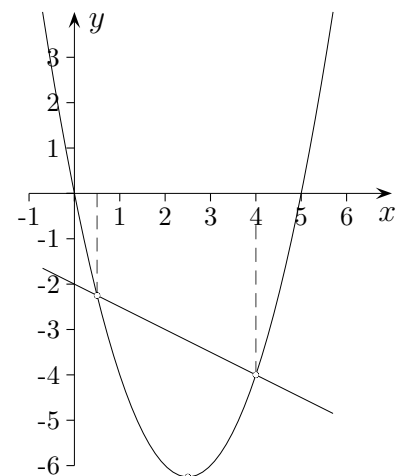
Schnittpunkte von Parabel und Gerade:

In den Schnittpunkten stimmen die y -Koordinaten von Parabel und Gerade überein.

$$\begin{aligned}
 x^2 - 5x &= -\frac{1}{2}x - 2 \\
 &\vdots \\
 x^2 - \frac{9}{2}x + 2 &= 0 \\
 x_{1,2} &= \frac{9}{4} \pm \sqrt{\frac{81}{16} - 2} \\
 &= \frac{9}{4} \pm \sqrt{\frac{81-32}{16}} \\
 &= \frac{9}{4} \pm \sqrt{\frac{49}{16}} \\
 &= \frac{9}{4} \pm \frac{7}{4} \\
 x_1 &= 4 && x_2 = \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

Die y -Werte ergeben sich durch Einsetzen der x -Werte in die Geraden- (oder Parabel-) Gleichung.

Schnittpunkte: $A(4 \mid -4)$, $B\left(\frac{1}{2} \mid -\frac{9}{4}\right)$



2. Aufgabenstellung wie in 1.

$$\begin{aligned}
 f(x) &= -x^2 - 5x \\
 y &= -\frac{1}{2}x + 2
 \end{aligned}$$