

Niedersächsisches Kultusministerium

Vergleichsarbeit Mathematik  
8. Schuljahrgang  
4. März 2008

Testheft C - Zusatzkodierungen  
Gymnasium  
Gymnasialschulzweig der KGS

## Aufgabe 2: Zwei Fässer

Aufgabe 2.1: Zwei Fässer	Item: M4138A1	Variable: M4138A1a
<p><b>1 P.</b> Richtige Antwort: „<b>Nein</b>“ mit mindestens einer der folgenden Begründungen</p> <p><u>Wertetabelle</u></p> <p>(kleinere Rechenfehler sind in der Tabelle erlaubt – wichtig ist aber, dass grundsätzlich die eine Spalte jeweils um 20 und die andere um 5 zunimmt)</p> <p><b>oder</b></p> <p><u>Berechnung der Zeitpunkte des Überlaufs:</u></p> <p>„Fass I:            <math>2x = 100 \quad   :2</math>  <math>x = 50 \quad \Rightarrow</math> Fass I läuft nach 50 Min. über.“</p> <p>Fass II:            <math>0,5x + 60 = 100 \quad   - 60 \quad   : 0,5</math>  <math>x = 80 \quad \Rightarrow</math> Fass II läuft nach 80 Min. über.“</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>Fass 2 = <math>60l + 40 = 100 \quad 40 : 0,5 = 80 \text{ min.}</math>  Fass 1 = <math>0l + 100 = 100 \quad 100 : 2 = 50 \text{ min.}</math></p> <p>Fass 2 braucht 80m um gefüllt zu werden, wo hingegen Fass 1 nur 50m braucht um gefüllt zu werden.  Es stimmt das nicht das Fass 2 zuerst überläuft.</p> </div> <p><b>oder</b></p> <p><u>graphische Lösung</u></p> <p><b>oder</b></p> <p>Sonstige richtige Antworten mit richtiger Begründung;</p> <p><b>z.B.:</b>  „Fass 2: 40l für 80min und Fass 1 160l für 80min“</p>		
<p><b>0 P.</b> Alle Antworten ohne Berücksichtigung der Tatsache, dass bereits 60 l in Fass II sind:</p> <p>„Fass I: <math>100 \text{ l} : 2 \text{ l/Min} = 50 \text{ Min}</math>  Fass II: <math>100 \text{ l} : 0,5 \text{ l/Min} = 200 \text{ Min}</math>  Nein, Fass I läuft schneller über, es braucht 50 Minuten bis zum Überlaufen, Fass II braucht 200 Minuten.“</p> <p><b>oder</b></p> <p>Alle Antworten ohne Begründung oder Rechenweg bzw. mit falscher oder unzureichender Begründung.</p> <p>Sonstige falsche Antworten,</p>		

**z. B.:**

Argumentationsrichtung unklar:

Stimmt es, dass Fass 2 zuerst überläuft? Schreib auf, wie du zu deiner Entscheidung gekommen bist.

weil Fass 2 mit 0,5 l/min gefüllt wird

## Aufgabe 2: Zwei Fässer

### Aufgabe 2.2: Zwei Fässer

Item: M4138A2

Variable: M4138A2a

**1 P.** „Ja“ und Beschreibung einer korrekten/ angemessenen Vorgehensweise, z.B.:

AbleSEN aus zu A1 erstellter Tabelle, z B.:

Nach 40 Minuten haben beide Fässer gleichen Stand (siehe 2.1).  
Neue Berechnung [auch implizite Berechnungen zulassen],

**z. B.:**

„Nach 30 Min. hat Fass I soviel Wasser, wie Fass II seit Beginn hatte. Nach 30 Min. hat Fass II bei 1 l / 2 Min  $\rightarrow$  15 l nach 30 Min insgesamt 60 l + 15 l  $\rightarrow$  75 l“

	Fass I	Fass II
30'	60l	75l
31'	62	
32'	64	76
33'	66	
34'	68	77
35'	70	
36'	72	78
37'	74	
38'	76	79
39'	78	
40'	80	80

„Nach 40 Min. haben beide Fässer die gleiche Füllhöhe, nämlich 80l.“

**oder**

Funktionale Lösung, z. B. durch Aufstellen der Funktionsgleichungen für beide Fässer,

**z. B.:**

„y = Füllmenge und x = Zeit:

$$I \quad y = 2x$$

$$II \quad y = 0,5x + 60$$

Durch Gleichsetzen folgt:

$$2x = 0,5x + 60$$

$$1,5x = 60$$

$$x = 40$$

$$y = 2 \cdot 40 = 80$$

Antwort: Nach 40 Min. Gleichstand bei 80 Litern.“

**oder**

	<p><u>Ausprobieren.</u></p> <p><b>z.B.</b>  <i>„Fass I ist in 30min zu 60% voll, Fass II zu 75%  Fass I ist in 40min zu 80% voll, Fass II auch zu 80%  Nach 40 Minuten sind beide gleich voll.“</i></p> <p><b>oder</b></p> <p><u>Inhaltliche Lösung.</u></p> <p><b>z. B.:</b>  <i>„Da Fass 1 leer startet, aber vor Fass 2 überläuft (Aufgabe a) muss die Füllhöhe des Fasses 1 die des Fasses 2 irgendwann „überholen“. Dies ist genau der Zeitpunkt zu dem das Wasser in beiden Fässern gleich hoch ist.  Nach 80 Minuten, weil genau dann beide Fässer voll sind.“</i></p> <p><b>oder</b></p> <p><u>Andere richtige Begründung.</u></p> <p><b>z.B.:</b>  <u>„Nach 3 Jahren (oder irgendeinem anderen ausgedachten Zeitraum), weil dann beide Fässer überlaufen.“</u></p>
<b>0 P.</b>	Alle anderen Antworten.

### Aufgabe 3: Nachbarschaftshilfe

<b>Aufgabe 3: Nachbarschaftshilfe</b>		Item: M4133A1	Variable: M4133A1a
<b>1 P.</b>	<p>Berechnung über die Anzahl der Arbeitsstunden</p> <p><b>z. B.:</b>  <i>„Fritz: <math>17 - 14 = 3</math> Stunden  Hans: <math>17 - 15 = 2</math> Stunden  Max: <math>17 - 15,50 = 1,5</math> Stunden</i></p> <p><i>Abrechnung pro Stunde ergibt:</i>  Fritz :            23,07 €  Hans:             15,38 €  Max:              11,54 € „</p> <p>Rundungsfehler nach unten erlaubt: Toleranzbereich für die Summe der Arbeitslöhne: 49,4 – 50€</p>		
<b>0 P.</b>	andere Antworten		

### Aufgabe 5: Streichholzkette

Aufgabe 5.3: Streichholzkette		Item: M4103A3	Variable: M4103A3a
<b>1 P.</b>	<p>Angabe einer korrekten Gleichung, aus der ersichtlich ist, welche Variable für die Anzahl der Quadrate und welche Variable für die Anzahl der Streichhölzer steht (entweder Benutzung von k und s oder Benutzung neuer Variablen und deren Definition),</p> <p><b>z. B.:</b>  <math>s = 3k + 1</math>“ oder eine äquivalente Gleichung</p> <p>„Das erste Quadrat benötigt vier Streichhölzer. Für jedes weitere Quadrat mehr kommen 3 Streichhölzer hinzu. Also <math>s = 3k + 1</math> oder <math>s = 4 + 3 \cdot (k-1)</math>.“</p>		
<b>0 P.</b>	andere Antworten		

### Aufgabe 9: Preisänderungen im Mobilfunk

Aufgabe 9.3: Preisänderungen im Mobilfunk		Item: M5L0083	Variable M5L0083a
<b>1 P.</b>	<p>Richtige Antwort „<i>Julia hat recht</i>“ mit nachvollziehbarer Begründung.</p> <p>Die Begründung muss explizit oder implizit beinhalten, dass der Grundwert zu Beginn des Jahres 2003 (vor der Preiserhöhung um 1,1 %) niedriger ist als im Jahre 2004 (vor der Preissenkung um 1,1 %).</p> <p><b>z.B.:</b>  <i>„Julia hat recht, denn: Nach der Preiserhöhung 2003 liegt bei der Preissenkung um 1,1% in 2004 ein höherer Grundwert vor als im Jahre 2002 vor der Preiserhöhung um 1,1%. Es wird also mehr gesenkt als vorher angehoben. Demnach waren die Preise in 2004 niedriger als im Jahre 2002.“</i></p> <p><i>„Julia hat recht, denn <math>1 \cdot 1,01 \cdot 0,989 = 0,99889</math>.“</i></p> <p><b>oder</b></p> <p>auch die Berechnung eines Beispiels wird als richtig gewertet,</p> <p><b>z.B.:</b>  <i>„Ich nehme an, dass Frau Neukirchen im Jahre 2002 eine Rechnung in Höhe von 100 € bezahlen musste. Dann betrug der Rechnungsbetrag im Jahr 2003 101 € (<math>100 \text{ €} \cdot 1,01</math>) und im Jahr 2004 99,89 € (<math>101 \text{ €} \cdot 0,989</math>). Demnach war der Rechnungsbetrag im Jahr 2004 geringer als im Jahr 2002.“</i></p>		
<b>0 P.</b>	<p>Richtige Antwort ohne oder mit nicht akzeptabler Begründung, wie</p> <p><b>z.B.:</b>  <i>„Julia hat recht, ist doch klar.“</i></p> <p><i>„Julia hat recht, da die Preiserhöhung im Jahr 2003 niedriger ist als die Preissenkung im Jahr 2004.“</i></p> <p><b>oder</b></p>		

	<p>Falsche Antwort mit oder ohne Begründung, wie</p> <p><b>z.B.:</b>  <i>„Marvin hat recht, da die prozentuale Preiserhöhung von 1,1 % im Jahre 2003 genauso hoch ist wie die prozentuale Preissenkung von 1,1 % im Jahre 2004.“</i></p> <p><i>„Marvin hat recht.“</i></p>
--	--

### Aufgabe 13: Temperatur

Aufgabe 13.2: Temperatur		Item: M5L011a	Variable: M5L0112a
<b>1 P.</b>	<p>Antwort „Mittwoch“ mit angemessener Begründung.</p> <p><b>z.B.:</b>  <i>„Die Durchschnittstemperatur war am Mittwoch am höchsten. (wobei hier das arithmetische Mittel jeden Tages berechnet werden muss oder in einer korrekten Form argumentiert werden muss, dass die Durchschnittstemperatur am Mittwoch am höchsten war – Durchschnittstemperaturen: Mo 18,83 °C... Di 21,83 °C... Mi 22,3 °C... Do 16,3 °C...)“</i></p> <p><i>„Am Mittwoch war es tagsüber bei jeder Messung am wärmsten. Nur abends war es am Dienstag wärmer.“</i></p> <p><i>„Am Mittwoch wurde die höchste Temperatur gemessen.“</i></p> <p><b>oder</b></p> <p>Antwort „Dienstag“ mit angemessener Begründung:</p> <p><b>z.B.:</b>  <i>„Dienstag ist der einzige Tag, an dem die Temperatur zu vier Messzeitpunkten über 20 °C betrug.“</i></p>		
<b>0 P.</b>	<p>Antwort „Mittwoch“ oder „Dienstag“ ohne oder mit unangemessener Begründung,</p> <p><b>z.B.:</b>  <i>„Mittwoch, da es an dem Tag immer wärmer war als an den anderen drei Tagen.“</i></p> <p><b>oder</b></p> <p>Falsche Antwort „Montag“ oder „Donnerstag“ mit oder ohne Begründung</p>		

### Aufgabe 16: Quersumme

Aufgabe 16.2: Quersumme		Item: M1124A2	Variable: M1124A2a
<b>1 P.</b>	<p>Korrekte Antwort („Sabine hat sich verrechnet“) <b>und</b> korrekte Begründung.</p> <p>Die Grundidee, dass die Quersumme einer vierstelligen Zahl maximal 36 sein kann, muss aus der Begründung hervorgehen.</p> <p><b>z. B.:</b></p>		

	<p>„Sabine hat sich verrechnet. Die Quersumme einer vierstelligen Zahl ist höchstens <math>9+9+9+9 = 36</math>.“</p> <p>„38 kann nicht sein, da 36 die höchste Quersumme ist.“</p>
<b>0 P.</b>	<p>Falsche Antwort</p> <p><b>oder</b></p> <p>Korrekte Antwort mit falscher / fehlender oder unvollständiger Begründung,</p> <p><b>z.B.:</b></p> <p>„Die Quersumme kann nicht 38 sein, da die Zahl nur vierstellig ist.“ (Hierbei fehlt der Argumentationsschritt, dass 36 die maximale Quersumme einer vierstelligen Zahl ist.)</p>

### Aufgabe 17: Zapfsäule

Aufgabe 17.2: Zapfsäule		Item: M1137A2	Variable: M1137A2a
<b>1 P.</b>	<p>Richtige Erklärung, bei der der Anteil der Steuern mit dem Benzinpreis in Beziehung gesetzt werden muss.</p> <p><b>z. B.:</b></p> <p>„1 Euro – 73 Cent = 27 Cent entspricht ca. 25% bzw. <math>\frac{1}{4}</math>.“</p> <p>„73 Cent pro Euro bedeutet 73 % Steuern, also etwa <math>\frac{3}{4}</math>. Also etwa <math>\frac{1}{4}</math> ohne Steuern.“</p>		
<b>0 P.</b>	Falsche Erklärung.		

### Aufgabe 19: Primzahl

Aufgabe 19: Primzahl		Item: M1334A1	Variable: M1334A1a
<b>1 P.</b>	<p>Nachvollziehbare Begründung mit einem der folgenden Verfahren:</p> <p><u>Algebraischer Ansatz</u></p> <p><b>z.B.:</b></p> <p>„Wenn <math>n</math> die erste dieser vier Zahlen ist, dann gilt:  <math>n + (n + 1) + (n + 2) + (n + 3) = 4n + 6 = 2(2n + 3)</math>; dies ist durch 2 teilbar und somit kann die Summe aus vier aufeinander folgender Zahlen keine Primzahl sein.“</p> <p><b>oder</b></p> <p><u>Inhaltlicher Ansatz</u></p> <p><b>z.B.:</b></p> <p>„Bei vier aufeinander folgenden natürlichen Zahlen werden zwei gerade und zwei ungerade Zahlen miteinander addiert. Die Summe zweier gerader Zahlen ergibt eine gerade Zahl und die Summe zweier ungerader Zahlen ergibt ebenfalls eine gerade Zahl. Die Summe dieser beiden Zahlen ergibt wieder eine gerade Zahl. Diese ist durch zwei teilbar, so dass die Summe von vier</p>		

aufeinander folgenden Zahlen keine Primzahl sein kann.“

**oder**

Iterativer Ansatz

**z.B.:**

„ $1 + 2 + 3 + 4 = 10$  und 10 ist durch 2 teilbar (also keine Primzahl)  
 $2 + 3 + 4 + 5 = 14$  ist durch 2 teilbar (also keine Primzahl)  
und so weiter...“

„Die Summe wächst jeweils um 4 und bleibt deswegen ständig durch 2 teilbar.  
Also kann die Summe aus vier aufeinander folgenden Zahlen keine Primzahl sein.“

**oder**

Zeichnerische Lösung

**z.B.**



„Links: Summe von vier aufeinander folgender nat. Zahlen  
Rechts: Summe von vier aufeinander folgender nat. Zahlen, wobei hier deutlich wird, dass diese durch 2 teilbar ist und demnach keine Primzahl sein kann.“

Großer Kreis: beliebige natürliche Zahl  
Kleiner Kreis: steht für eine 1“

**oder**

andere denkbare Begründungen.

**Wichtig:** Es genügt, wenn eine richtige Begründung dafür angegeben wird, dass die Summe gerade ist bzw. durch 2 teilbar.  
Es muss nicht mehr ausdrücklich notiert werden, dass die Summe deshalb keine Primzahl ist.

**0 P.** Keine oder ungenügende Begründung,

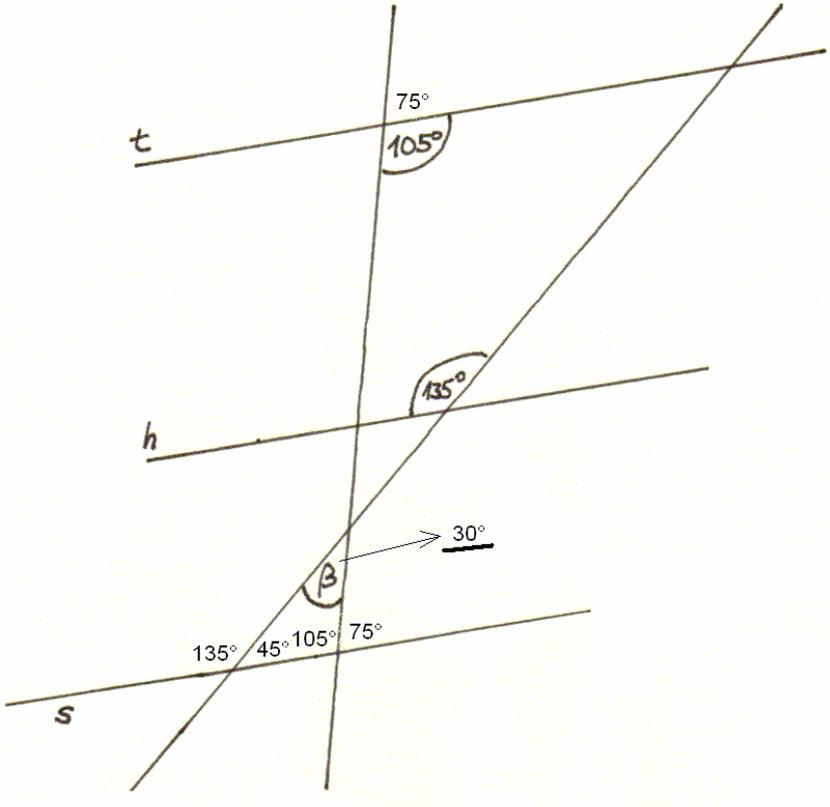
**z.B.:**

„ $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ , 10 ist durch 2 teilbar, also ist die Summe von vier aufeinander folgenden natürlichen Zahlen immer auch durch zwei teilbar und somit keine Primzahl.“

### Aufgabe 20: Notendurchschnitte

Aufgabe 20.2: Notendurchschnitte		Item: M1114A2	Variable: M1114A2a																
<b>1 P.</b>	Beliebige richtige Lösungen (mit $\emptyset$ 3,0 und Schülerzahl 20),  z.B.: <table style="margin-left: 20px; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding-right: 10px;">Note</td> <td style="padding-right: 10px;">1</td> <td style="padding-right: 10px;">2</td> <td style="padding-right: 10px;">3</td> <td style="padding-right: 10px;">4</td> <td style="padding-right: 10px;">5</td> <td style="padding-right: 10px;">6</td> <td style="padding-right: 10px;">Durchschnitt</td> </tr> <tr> <td>Anzahl</td> <td style="text-align: center;"><b>0</b></td> <td style="text-align: center;"><b>0</b></td> <td style="text-align: center;"><b>20</b></td> <td style="text-align: center;"><b>0</b></td> <td style="text-align: center;"><b>0</b></td> <td style="text-align: center;"><b>0</b></td> <td style="text-align: center;">3,0</td> </tr> </table>			Note	1	2	3	4	5	6	Durchschnitt	Anzahl	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>20</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	3,0
Note	1	2	3	4	5	6	Durchschnitt												
Anzahl	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>20</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	3,0												
<b>0 P.</b>	andere Antworten																		

### Aufgabe 25: Winkelgröße

Aufgabe 25: Winkelgröße		Item: M2L0061	Variable: M2L0061a
<b>1 P.</b>	<p>Richtige Lösung „30 °“ mit angemessener Beschreibung / Begründung.</p> <p>Die Beschreibung muss schlüssig sein und zumindest implizit (z. B. in einer Zeichnung) oder auch explizit die Sätze über Stufen-, Neben-, Scheitelwinkel und Winkelsumme im Dreieck beinhalten.</p> <p>z.B.</p> 		
<b>0 P.</b>	<p>Richtige Lösung ohne oder mit unangemessener Begründung.</p> <p>z.B.</p> <p>„30 °. Das habe ich mit meinem Geodreieck abgemessen.“</p> <p>„30 °“</p>		

	<p><b>oder</b></p> <p>falsche Lösung mit oder ohne Begründung.</p>
--	--

### Aufgabe 27: Konstruierbare Dreiecke

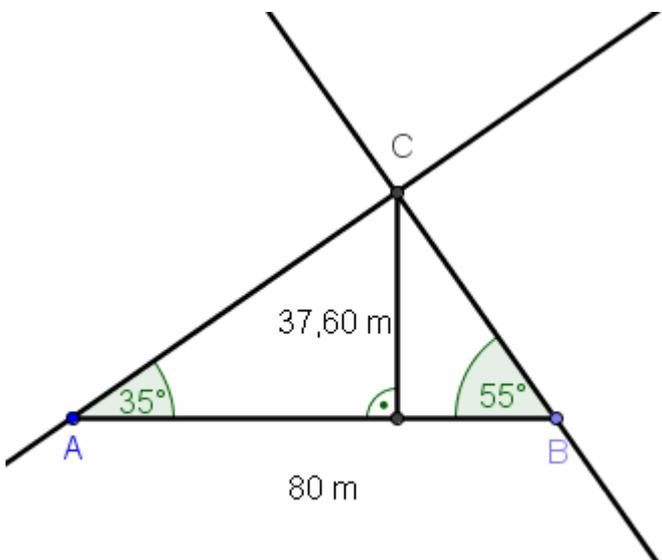
Aufgabe 27: Konstruierbare Dreiecke	Item: M3L0081	Variable: M3L0081a-e																		
<p><b>2 P.</b> Alle <b>fünf</b> Antworten sind richtig gemäß folgender Tabelle:</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 10px;"> <thead> <tr> <th style="width: 70%;">Bestimmungsstücke</th> <th style="width: 15%;">ja</th> <th style="width: 15%;">nein</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>c = 5,8 cm      <math>\alpha = 40^\circ</math>      <math>\beta = 68^\circ</math></td> <td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td><math>\gamma = 72^\circ</math>      <math>\alpha = 40^\circ</math>      <math>\beta = 68^\circ</math></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>b = 8,8 cm      c = 5,6 cm      <math>\alpha = 53^\circ</math></td> <td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>c = 5,8 cm      a = 7,4 cm      <math>\alpha = 68^\circ</math></td> <td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>c = 6 cm      a = 4 cm      <math>\alpha = 70^\circ</math></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>	Bestimmungsstücke	ja	nein	c = 5,8 cm $\alpha = 40^\circ$ $\beta = 68^\circ$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$\gamma = 72^\circ$ $\alpha = 40^\circ$ $\beta = 68^\circ$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	b = 8,8 cm      c = 5,6 cm $\alpha = 53^\circ$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	c = 5,8 cm      a = 7,4 cm $\alpha = 68^\circ$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	c = 6 cm      a = 4 cm $\alpha = 70^\circ$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		
Bestimmungsstücke	ja	nein																		
c = 5,8 cm $\alpha = 40^\circ$ $\beta = 68^\circ$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																		
$\gamma = 72^\circ$ $\alpha = 40^\circ$ $\beta = 68^\circ$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>																		
b = 8,8 cm      c = 5,6 cm $\alpha = 53^\circ$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																		
c = 5,8 cm      a = 7,4 cm $\alpha = 68^\circ$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																		
c = 6 cm      a = 4 cm $\alpha = 70^\circ$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>																		
<p><b>1 P.</b> Genau <b>vier</b> Antworten sind richtig.</p>																				
<p><b>0 P.</b> <b>Drei oder weniger</b> Antworten sind richtig.</p>																				

### Aufgabe 28: Spiegelachse

Aufgabe 28: Spiegelachse	Item: M3L016	Variable: M3L016a
<p><b>1 P.</b> Kopiervorlage für Schablone:</p> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;"> </div>		

	<p>Die Spiegelachse <math>g</math> muss senkrecht zu den Verbindungsstrecken der jeweiligen Original- und Bildpunkte (<math>\overline{BB'}</math>, <math>\overline{AA'}</math> und <math>\overline{CC'}</math>) stehen und durch die Mittelpunkte dieser Verbindungsstrecken verlaufen. Die Benennung der Achse mit <math>g</math> muss dabei nicht erfolgen.</p> <p>Abweichungen von <math>1^\circ</math> bzw. 1 mm werden dabei akzeptiert!</p>
<b>0 P.</b>	Andere Antworten

### Aufgabe 30: Flussbreite

Aufgabe 30: Flussbreite		Item: M3L0221	Variable: M3L0221a
<b>1 P.</b>	<p>Alle Antworten von 35 m bis 40 m [Toleranzbereich also ca. <math>\pm 1\text{mm}</math> und ca. <math>\pm 1^\circ</math>]. Die Einheit muss Bestandteil der Lösung sein!</p>  <p>Eine Konstruktion ist nicht erforderlich!</p> <p><b>z.B.</b> „35 m“</p>		
<b>0 P.</b>	<p>Alle anderen Antworten,</p> <p><b>z.B.</b> „Der Fluss ist 37,60 breit.“ „Der Fluss ist 41 Meter breit.“</p>		